

АННОТАЦИЯ

диссертационной работы на тему

«Солитонная деформация инверсированных минимальных поверхностей», представленной на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности 6D060100-Математика
Курманбай Дамир Муратбекулы

Актуальность темы исследования. Теория солитонов развивалась после открытий Гарднера, Грина, Крускала и Миуры, обратного преобразования рассеяния для уравнения Кортевега-де Фриза (KdV). К этому их привело более раннее открытие солитонов Крускала и Забуски, которые изучали проблему Ферми-Паста-Улам для одномерных решеток. Так началась современное развитие теории солитонов. Но первая историческая точка этого открытия началась 131 год назад.

В 1834 году морской инженер Джон Скотт Рассел направлялся верхом к каналу Юнион недалеко от Эдинбурга. В работе [Рассел Дж. Скотт, Четырнадцатое собрание Британской ассоциации содействия развитию науки. Отчет о волнах. - 1844 - Лондон] он описывал следующим образом, то, что увидел в тот момент:

«Я заметил движение лодки, которую тащили две лошади по тонкому каналу, и когда лодка вдруг остановилась, — вода в канале, которая гнала лодку, собралась в голове лодки в состоянии сильного колебания, а затем она оставила лодку позади при больших скоростях, в виде больших несвязанных холмов, округлых, плоских и прозрачных, вода двигалась в четком направлении вдоль канала в своем направлении, не уменьшая своей формы и скорости. Верхом я догнал ее, сохранив первоначальную форму около 9 метров в длину, скользила на высоте 30-45 см со скоростью 14 км/ч. Затем его высота постепенно уменьшалась, и через 2-3 км я потерял его в канале. Так, в 1834 году я впервые увидел уникальное и прекрасное явление и назвал его волной перевода (трансляции)».

Модифицированное уравнение Веселова-Новикова (мВН, являющегося двумеризацией модифицированного уравнения Кортевега-де-Фриза) было введено в 1987 году [Bogdanov L.V., Theor. Math. Phys.], а солитонные мВН – деформации были введены в [Konopelchenko B.G. , Stud. Appl. Math. ,1996], [Taimanov I.A. , Amer. Math. Soc. Transl., Ser., 1997]. Алгоритм решения модифицированного уравнения Веселова-Новикова (мВН) был приведен в работе [Delong Yu, Q.P. Liu, Shikun Wang, J. of Physics, 2001] и в работе [Taimanov I.A., Math. Notes, 2015] была получена геометрическая интерпретация этого метода называемый преобразованием Мутара.

Данное преобразование задается решением уравнения Дирака

$$D\psi = 0,$$

и тремя вещественными константами, где $\mathcal{D} = \begin{pmatrix} U & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{\partial}{\partial \bar{z}} & V \end{pmatrix}$ – это оператор

Дирака с потенциалами U, V . И любое решение уравнения Дирака определяет поверхность в трехмерном евклидовом пространстве, заданную с точностью до сдвигов, с помощью представления Вейерштрасса. На этой поверхности задается конформный параметр, и потенциал U оператора Дирака является потенциалом представления этой поверхности. Применяв к этой поверхности инверсию с центром в начале координат, мы получаем новую поверхность с тем же самым конформным параметром и новым потенциалом. Тем самым, в диссертационной работе инверсируем именно минимальную поверхность и в результате получаем солитонную деформацию инверсированной минимальной поверхности. А солитонная деформация определяется потенциалом представления этой поверхности, который построен с помощью преобразования Мутара.

В 2014 году были получены разрушающиеся решения уравнения мВН с помощью жесткой трансляции изначальной поверхности Эннепера в [Taimanov I.A., Math. Notes, 2015]. Дальнейшие результаты были получены для поверхности Эннепера второго порядка в работах [Курманбаев Д.М., Вестник КазНУ(сер. мат., мех., инф.). - 2015 - 84 - №1 - 77-86], [Курманбаев Д.М., Солитонная деформация поверхности Эннепера второго порядка, Конференция "Геометрия многообразий". - Россия, Республика Бурятия г. Улан-Удэ, 27-30 июня 2016.- С. 26-29]. И в работе [Курманбаев Д.М., Разрушающие решения модифицированного уравнения Веселова Новикова и поверхность Эннепера третьего порядка, Международная научная конференция «Теория функций, информатика, дифференциальные уравнения и их приложения». // Тезисы докладов посвященная 80-летию академика НАН РК Н.К.Блиева. - Алматы, Казахстан, 15 -16 октября 2015. - С. 159-161] были получены разрушающиеся решения уравнения мВН для поверхности Эннепера третьего порядка, а в работе [Известия НАН РК, Серия физико-математическая, т. 3, № 307 (2016), С. 163 - 167] найдены регулярные решения. Но до сих пор неизвестна солитонная деформация для поверхности Эннепера высокого порядка для произвольной области. Тем не менее, на некотором отрезке была найдена солитонная деформация в работах [Kurmanbayev D., International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences. - 2020. - ID 9740638. - Volume 2020. - P. 1-7], [Курманбаев Д.М., Преобразование Мутара и поверхность Эннепера высшего порядка. // Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики и информатики», посвященная 80-летию со дня рождения академика НАН РК Касымова К.К. - Алматы, Казахстан, 21 -23 декабря 2015. - С. 81-83] с помощью гладкого параллельного переноса изначальной поверхности Эннепера высокого порядка. Далее в диссертационной работе найдена солитонная деформация для инверсированного катеноида [Kurmanbayev D., Yesmakhanova K., Soliton deformation of inverted catenoid. // News of the National Academy of sciences of

the Republic of Kazakhstan, vol. 2, №336. - 2021. - P. 24-32. - DOI:10.32014/2021.2518-1726.17.] и геликоида с помощью гладкой и жесткой трансляции (соответственно) вдоль второй координатной оси.

Преобразования Мутара успешно изучались при исследовании интегрируемых систем в математической физики и дифференциальной геометрии, в спектральной теории и в комплексном анализе. Поэтому в настоящее время задачи, возникающие в теории солитонов, тем более с геометрической интерпретацией является актуальной.

Цель диссертации: найти решения модифицированного уравнения Веселова-Новикова и построить солитонную деформацию для инверсированных минимальных поверхностей в трехмерном пространстве.

В соответствии с поставленной целью были поставлены следующие **задачи исследования:**

- применяя преобразование Мутара для модифицированного уравнения Веселова-Новикова, найти точные решения уравнения мВН;
- построить регулярные и разрушающиеся решения уравнений мВН с помощью таких деформаций как гладкий сдвиг-фиксирование и жесткий сдвиг-фиксирование вдоль некоторой координатной оси (прямой) изначальных минимальных поверхностей (катеноида, геликоида и поверхностей Эннепера высокого порядка).
- сравнить картинки регулярных и разрушающихся потенциалов представления инверсированных минимальных поверхностей;
- анализирую решения уравнений мВН связывать солитонную деформацию для инверсированных минимальных поверхностей известными методами дифференциальной геометрии и теории солитонов.
- проиллюстрировать применение солитонной деформацию для инверсированных минимальных поверхностей.

Объектом исследования является изначальные минимальные поверхности.

Предметом исследования является дифференциальная геометрия, теория солитонов.

Методы исследования. В диссертационной работе используется преобразование Мутара для решения модифицированного уравнения Веселова-Новикова. Так как решения уравнения мВН имеют громоздкий вид, эти решения легко проверяется с помощью программного пакета Maple. А также эти решения дают возможность построить солитонные мВН деформации. Предлагается новый метод из теории дифференциальной геометрии для изучения солитонной деформации для инверсированных минимальных поверхностей.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- найдены решения уравнения мВН на примерах поверхностей Эннепера высокого порядка;
- найдены решения модифицированного уравнения Кортевега-де-Фриза (мКдФ) на примере катеноида;
- найдены решения уравнения мВН на примере геликоида;

- построены солитонные деформации для инверсированных минимальных поверхностей.

Теоретическая и практическая значимость исследования. Настоящая работа содержит теоретические, так и практические задачи. Полученные результаты могут быть использованы в современных геометрических структурах и в теории солитонов. А также результаты работы могут иметь практический характер при решении различных задач в теоретической физике.

Научные положения, выносимые на защиту:

- построение солитонной деформации для инверсированных поверхностей Эннепера высокого порядка;
- нахождение решения модифицированного уравнения Кортевега-де-Фриза (мКдФ) с помощью построения солитонной деформации для инверсированного катеноида;
- применение солитонной деформации для инверсированных поверхностей Эннепера высокого порядка, сравнением картинки регулярных и разрушающихся потенциалов представления данных поверхностей.

Апробация работы. Основные результаты диссертации были представлены и обсуждены на следующих международных научных конференциях:

- Международная научная конференция «Теория функций, информатика, дифференциальные уравнения и их приложения». Тезисы докладов посвященная 80-летию *академика НАН РК Н.К.Блиева*, 15-16 октября 2015 г., Алматы, Казахстан;
- Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики и информатики», посвященная 80-летию со дня рождения *академика НАН РК Касымова К.К.*, 21-23 декабря 2015 г., Алматы, Казахстан;
- Third International Conference on Analysis and Applied Mathematics, *ICAAM 2016*, September 7-10, Almaty, Kazakhstan;
- Международная научная конференция "Геометрия многообразий", Россия, Республика Бурятия г. Улан- Удэ, 27-30 июня 2016 г.;
- VI научная конференция с международным участием «Геометрия многообразий и её приложения» г. Улан-Удэ – оз. Байкал, 8-10 июля 2020; также положительно оценены на городском научном семинаре механико-математического факультета Казахского национального университета имени аль-Фараби «Дифференциальные операторы и их приложения», 2021 г.

Публикации. По содержанию диссертации опубликовано 9 работ, в том числе 3 статьи – в журналах рекомендованные Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан, 1 статья - в зарубежных научных журналах с ненулевым импакт-фактором, входящих в базу данных Scopus, 1 статья - в рецензируемом материалах VI Международной научной конференции, индексируемый базой РИНЦ, 4 тезисов - на материалах международных конференциях.

Структура диссертации и объем. Диссертация имеет титульный лист, содержание, перечень обозначений и сокращений, введение, трех разделов, и их подразделов, заключение, список использованных источников - 51. Общий

объем диссертации 84 страниц.

Основное содержание диссертации. Каждый раздел диссертационной работы состоит из подразделов.

Во введении анализируется современное состояние проблемы исследования и дается обзор литературы, обосновывается актуальность темы, поставлены цели, определены задачи, предмет и объект исследования. Представлены результаты исследований, их научная новизна, теоретическая и практическая значимость.

В первом разделе диссертации вводятся основные понятия дифференциальной геометрии в соответствии с актуальными темами и используются результаты известных работы.

Во втором разделе диссертации приводится известное преобразование Мутара (Darboux transformation), для решения модифицированного уравнения Веселова-Новикова. А для представления солитонной деформации для инверсированных минимальных поверхностей найдены нетривиальные решения уравнений мВН. А именно найдена солитонная деформация для инверсированных поверхностей Эннепера высокого порядка, задача которая поставлена в работе [Taimanov I.A., Blowing up solutions of the modified Novikov-Veselov equation and minimal surfaces, Math. Notes, 2015], а также исследованы солитонные деформации для инверсированного катеноида и инверсированного геликоида.

В третьем разделе диссертации проверяются решения модифицированного уравнения Веселова-Новикова с помощью программного пакета Maple. Получены картинки солитонных деформации для инверсированных поверхностей Эннепера высокого порядка, сравнением динамики движения регулярных и разрушающихся потенциалов представления данных поверхностей. Далее иллюстрируются применения солитонных деформации для инверсированных поверхностей Эннепера высокого порядка.

В заключении приведены полученные в работе основные результаты и выводы диссертационного исследования.